

# **CURIOSITÀ MATEMATICHE**

**di Pietro Margiotta**

## **Opere già pubblicate**

<b>TOPONOMASTICA SORANA</b> Curiosità statistiche e storiche	<b>PALINDROMI ED ALTRI GIOCHI DI PAROLE</b>
<b>SORA</b> Itinerario storico-turistico	<b>SUL BILANCIO E SU UN CRITERIO LOGICO ED EFFICACE DI GESTIO- NE DI UN MAGAZZINO</b>
<b>IL TANATOICO SORANO</b>	<b>LA MATESIFICAZIONE DEL CALENDARIO</b>
<b>INFRASTRUTTURE DI COMUNICA- ZIONE NEL SORANO</b>	

# Proprietà letteraria riservata

Tutti i diritti riservati (memorizzazione elettronica, adattamento totale e parziale, traduzione) e di esclusiva proprietà dell'autore, per tutti i paesi, a norma delle vigenti convenzioni internazionali. Questo volume è tutelato dal diritto d'autore; ai sensi e per gli effetti dell'articolo 171, legge 22 aprile 1941, N° 633, della legge 22 maggio 1993, N° 159 e del Codice Civile, qualsiasi riproduzione, anche parziale, del presente testo, sotto qualunque forma e denominazione e con qualsivoglia sistema effettuata (mezzo elettronico o meccanico, fotocopie, microfilm, registrazione magnetica e l'uso di qualsiasi metodo di meccanizzazione e di reperimento dell'informazione), anche per uso interno o didattico, senza la preventiva autorizzazione ed il permesso scritto dell'autore, è vietata e penalmente perseguibile. Qualsiasi utilizzazione, se non per uso strettamente personale od a seguito di autorizzazione, di quanto contenuto in questa pubblicazione, darà luogo ad un abuso, che verrà perseguito esercitando i diritti sanciti dalle leggi nelle opportune sedi civili e penali.

Elaborazione grafica: Gabriele Margiotta

## DIFFUSIONE NAZIONALE

Stampato in Italia

Printed in Italy

Imprimé en Italie

## AVVISO PER I COLLEZIONISTI

### DICHIARAZIONE D'AUTENTICITÀ

Quest'opera è stata realizzata in un numero limitato di copie (con testi ed elaborazioni inedite appositamente riportate ed eseguite).

L'autore non riconosce come autentiche le copie non munite di autografo, che sono conseguentemente da ritenersi contraffatte.

Inoltre, egli garantisce che la tiratura dell'edizione è stata di 2.500 (duemilacinquecento) esemplari, contrassegnati con numerazione progressiva in numeri arabi espressi in cifre e lettere, per ulteriore sicurezza ed oggettivo riscontro, e lettere dell'edizione, (a) per questa che è la prima; inoltre, le copie sono siglate in originale (con penna esclusivamente rossa, come lievissimo deterrente, essendo essa riproducibile soltanto con fotocopiatrice a colori).

Il presente volume reca il numero:

.....  
(cifre) ..... (lettere)

.....  
(FIRMA)

EDIZIONI MARGIOTTA

Al mio unico Modello e Sublime Maestro di vita e di professione, il Dottor Marco Astolfi, che con le sue notevoli capacità professionali, la sua viva e pronta intelligenza e la sua amplissima preparazione, contribuisce all'avanzamento del tessuto industriale ed economico-produttivo italiano, in cui è inserita da oltre un decennio la sua sagace, incisiva ed onesta azione di consulente competente ed esperto.

Ed egli, fulgido esempio di aziendalista e di professionista dotato di un'acuta intelligenza e di un'approfondita conoscenza del mondo economico, e simbolico riferimento di tutti i consulenti per la sua incommensurabile vastità di preparazione tecnico-specialistica, costituisce anche una mirabile sintesi di amplissima cultura e di schietta umanità.

**Pietro Margiotta** è nato a Toronto (Canada), il 21 gennaio 1971, ma vive nel Lazio fin da piccolo; laureando presso la facoltà di Economia e Commercio, è aperto ad ogni forma ed espressione di arte e di sapere; nonostante la sua giovane età, svolge un'intensissima attività culturale, in quanto ha già scritto e pubblicato numerosi ed articolati volumi a carattere locale sulle zone della Ciociaria. Ha inoltre realizzato parecchie prefazioni per pubblicazioni di altri autori e ciclostilati e fotostampati sugli argomenti più disparati, spesso di carattere non locale, che hanno varcato i confini regionali. Inoltre, sempre meno occasionalmente, è giornalista e collaboratore di riviste nazionali ed internazionali, che ospitano anche brani di suoi lavori. Ha in tante occasioni riscosso un notevole e lusinghiero successo presso studiosi, appassionati e cultori, e, spinto da questo unanime e sempre più largo consenso, continua a coltivare le sue passioni ed a dedicare il suo tempo libero ad ogni argomento che attira la sua attenzione di studioso.

Qualcuno obietterà che accingersi alla descrizione di città, di calendari, di matematica o di altri argomenti analoghi oggi, nell'epoca dei computer e dei linguaggi supertecnicizzati, può sembrare una ricerca alquanto remota, un itinerario troppo faticoso, anche se affascinante, perché dalle profondità del passato possa riportarsi qualche misteriosa energia pulsante, inseribile nei circuiti del presente; un palazzo rovinato, una chiesa in fase di restauro, l'eco di avvenimenti ormai spenti, fenomeni e strumenti che ci circondano e che noi riteniamo scontati; è questa la meta del nostro viaggio?

No. L'obiettivo è la scatola nera del tempo, il film dei secoli, il nastro che conserva intatta la voce del tempo che fu, la freschezza di quella vita. Questa forza segreta è il nostro passato e quello che abbiamo saputo costruire, che ci accomunano tutti, nello spazio e nel tempo ed oltre lo spazio ed il tempo. Poterli ricostruire significa quindi tracciare un diagramma che collega il passato al presente ed accende su quest'ultimo una luce più intensa. Ed essi, benché sembrino così diversi, sono in realtà due punti della medesima linea, che li separa ed insieme unisce. Non c'è frattura nel mezzo, ma soltanto un lungo cammino; è un uomo che parla a quel giovane che fu un tempo, due stadi della medesima persona.

Dalle suddette argomentazioni, si deduce che studiare il nostro passato e quello che ci circonda non è cercare di conoscere e di comprendere altro se non noi stessi, e senza autoconsapevolezza storica è difficile interpretare il presente ed è impossibile preparare l'avvenire.

Per critiche, costruttive e distruttive, e stroncature, anche feroci, rivolgersi direttamente all'autore:

**PIETRO MARGIOTTA**  
**VIA SAN GIULIANO, 52**  
**03039 SORA (FR)**  
**E-mail: [calendamargiotta@hotmail.com](mailto:calendamargiotta@hotmail.com)**  
**[pietromargiotta@hotmail.com](mailto:pietromargiotta@hotmail.com)**

## INTRODUZIONE

Quasi tutti commettiamo l'errore di rincorrere nella vita quello che "servirà", per cui questo potrebbe servirmi per quel motivo, quello per quell'altro e via di questo passo. È il cosiddetto sofisma amministrativo della coscienza moderna, che ci fa dimenticare che tutto ciò che serve, mette capo logicamente a qualcosa che ne è lo scopo, che non serve a nulla e per questo è la parte migliore della vita. Inseguiamo ombre in un labirinto senza uscite, scordandoci le cose buone intorno a noi, che attendono solamente un occhio limpido che le scopra.

Per un appassionato di matematica, questa raccolta di curiosità non ha bisogno di scopi, e sarebbe attraente anche se non servisse a nulla. Ma la persona colta, amante delle arti, delle lettere e di altri studi o forme di attività spirituale, potrebbe ancora domandare: ma a cosa serve questa raccolta matematica a me, non chimico, fisico o ingegnere; rispondere è discorso lungo, in quanto la matesi va vista in una visione in cui essa educa lo spirito e ne potenzia la struttura logica; chi vuol raggiungere la verità, deve cominciare con l'educare la propria mente, studiando la matematica. Perché la verità si trova al di là delle ingannevoli apparenze del senso e della opinione comune, si trova nell'alto mondo del pensiero e delle idee; e proprio la matesi prepara l'anima ad abitare in quel mondo; essa ti costringe a guardare in alto, a sollevarti al di sopra dei sensi, verso una regione superiore.

Lo studio della matematica non soltanto abitua a pensare limpidamente: i suoi effetti operano più a fondo, ispirando il gusto dei concetti chiari e definiti, ed il fastidio o la ripugnanza per le nebulosità retoriche e per le adulterazioni del vero, orpellate di frasi e parole terrificanti nella loro indecifrabilità.

L'apprendimento della matesi, se veramente assimilato, imprime nello spirito una tendenza costante verso la verità, e lo rende più disinteressato, meno sensibile agli appelli delle sensazioni irrazionali, e dei grossolani eccitamenti emotivi.

Un'analisi rigorosa promuove una effettiva educazione alla socialità, frenando gli impulsi egocentrici, e dando voce a quanto è valido oggettivamente oltre l'individuo, oltre le sue passioni, ed i suoi miseri interessi; questa è appunto l'educazione di cui si ha bisogno al giorno d'oggi, per convivere con civiltà ed umanità all'interno di una società come la nostra.

Tornando al trattatello, il mio obiettivo è stato quello di riportare cenni in una parvissima e ridotta antologia, ben strutturata, ma ottenuta con una forte selezione; ho infatti tentato di semplificare al massimo, cercando di riportare il materiale in maniera chiara, obiettiva, semplice, evitando parole difficili; quanto esposto è quindi esemplificativo, ed assolutamente non esaustivo, per creare connessioni interdisciplinari e fornire una struttura mentale che consenta di muoversi con criteri logici e valide metodologie all'interno di quest'argomento per alcuni oscuro ed incomprensibile.

In un'epoca renitente alla pura nozione, ho cercato di puntare sulla sollecitazione logica, tentando di evitare rigide e noiose classificazioni che rimarrebbero fini a se stesse; inoltre, ho provato a spiegare i necessari punti di riferimento, i quali, recepiti per collegamento e per riflessione, finiscono per imprimersi in mente meglio che per sforzi ripetitivi, grazie anche ad applicazioni pratiche che instaurano processi di generalizzazione spontanea.

L'attenzione dei lettori viene convogliata e puntualizzata su precisazioni che costituiscono soltanto uno strumento per potersi muovere più agevolmente; in alcuni punti di difficile comprensione, ho dato presentazione autonoma, agile e vivace, al fine di favorirne l'assimilazione.

I risultati vengono quindi ottenuti, riuscendo a far sentire una cosa viva e non pedante un mondo di scomodo accesso, con un'esposizione limpida e chiara, cercando di conciliare rigore di enunciati ed esigenze di comprensione, dedicando molta cura, con abbondanza di particolari e di documentazione, alla distribuzione delle argomentazioni, in un impianto abbastanza brillante, anche per la gradualità con cui viene offerto.

Spero di essere riuscito ad esprimermi in forma ampia e compiuta, e non in maniera schematica e frammentaria, e di incontrare, come le altre numerose volte, l'approvazione del pubblico, al quale dedico quest'ultimo mio modestissimo ed umillimo contributo.

Sora, li 12 febbraio 1999

*L'Autore*

## CALCOLO DELLE PROBABILITÀ E COMBINATORIO

Cominciamo ad analizzare il calcolo delle probabilità applicato a concorsi a pronostico e giochi.

Nel caso del Totocalcio, per fare dodici e tredici punti, si tratta di indovinare l'esito di altrettanti incontri:

essi sono indipendenti fra loro, quindi l'esito di uno non è legato a quello di altri; per cui, essendo gli incontri tredici, con tre possibili risultati per ognuno (1, X, 2), si tratta di moltiplicare tre per dodici e tredici volte ( $3^{12}$  e  $3^{13}$ ).

Quindi, sono 531.441 combinazioni per il 12 e 1.594.323 per il 13; questi elevatissimi numeri comprendono tutte le possibilità, ma condizionando il gioco, il numero delle combinazioni diminuisce vistosamente, potendo tranquillamente escludere le colonne con più di 7 risultati utili fuori casa, quelle con più di 5-6 risultati uguali consecutivi e quelle con risultati tutti uguali o quasi (es. 12 "1").

Matematicamente, l'evento M: "FARE TREDICI AL TOTOCALCIO" è composto dai tredici eventi seguenti:

$M_1$ : si indovina il primo risultato  
 $M_2$ : si indovina il secondo risultato  
M=  $M_3$ : si indovina il terzo risultato  
.....  
 $M_{13}$ : si indovina il tredicesimo risultato

tutti fra loro indipendenti.

Siccome, se un evento M è composto da n eventi  $M_1, M_2, \dots, M_n$  indipendenti, tali cioè che il verificarsi dell'uno non incide sul verificarsi dell'altro, la probabilità p(H) che esso si verifichi è uguale a  $P(M_1 \text{ intersezione } M_2 \dots \text{ intersezione } M_n)$  ed è data da:

$$P(M) = p(M_1 \text{ intersezione } M_2 \dots \text{ intersezione } M_n) = p(M_1) * p(M_2) * \dots * p(M_n)$$

Quindi:

$$P(M) = p(M_1) * p(M_2) * p(M_3) * \dots * p(M_{13}) = 1/3 * 1/3 * 1/3 * \dots * 1/3 = (1/3)^{13} = 1/1.594.323$$
$$(1/3)^{12} = 1/531.441$$

come l'Enalotto, in cui bisogna indovinare 12 risultati (e dividendo sistematicamente per tre si ottengono le combinazioni per i risultati via via inferiori).

Per quanto riguarda una gara di velocità o corse di cavalli o competizioni in genere, entra in gioco il fattoriale, operazione matematica che consiste nella moltiplicazione fra un numero e tutti quelli che lo precedono: ad esempio, in quanti modi possono disporsi quattro persone a tavola?  $4! = 4 * 3 * 2 * 1 = 24$ , dove 1 viene messo solo per rigore matematico e chiarezza e semplicità espositiva, essendo lapalissianamente inutile moltiplicare un numero per 1.

Quindi, mettiamo che corrano dieci macchine, ed io voglia sapere i primi tre piazzamenti: si tratterà di moltiplicare 10, le possibilità di un piazzamento al primo posto, essendo tale anche il numero dei concorrenti, per 9, i possibili pretendenti al secondo posto, essendo stato escluso già uno per avere ipotecato il primo posto, e così via; quindi,  $10 * 9 * 8 = 720$  combinazioni se io volessi ordinare in maniera precisa gli arrivi,  $720/6 = 120$  combinazioni, se mi accontento di considerare gli arrivati in quanto tali, trascurando i loro piazzamenti, proprio perché le possibili combinazioni fra tre numeri sono 6,  $3! = 3 * 2 * 1$ , e rientra di nuovo in gioco la medesima operazione. Ovviamente, la probabilità è il rapporto fra gli eventi favorevoli e gli eventi possibili, e conseguentemente devo mettere in relazione le possibilità che io ho giocato e considerato e le complessive nella loro totalità.

Per quel che concerne il lotto, questo gioco appassiona da sempre i matematici, i quali lo hanno trasformato in un problema di aritmetica; l'enunciato può essere così definito: "Da una bussola contenente novanta numeri diversi se ne estraggono cinque: quante probabilità ci sono che fra quei

cinque ne escano due da me scelti in precedenza (oppure tre, oppure quattro, oppure cinque), indipendentemente dal loro ordine di uscita?”

Il problema può essere risolto in vari modi, ma il più accessibile a tutti è questo esposto, che lo risolve in più tempi: ecco il primo. Cominciamo a determinare in quanti i modi i novanta numeri possono disporsi, a due a due, a tre a tre, a quattro a quattro, a cinque a cinque.

È evidente che, per quanto riguarda le disposizioni a due a due (cioè gli ambi), ogni numero si accoppierà con gli ottantanove rimanenti: avremo cioè:  $90 \cdot 89 = 8.010$  accoppiamenti.

Per le disposizioni a tre a tre (cioè i terni), basterà che ognuna delle 8.010 coppie si unisca con ognuno degli 88 numeri rimanenti, ed avremo perciò:  $8.010 \cdot 88 = 90 \cdot 89 \cdot 88 = 704.880$ .

Analogamente, le quaterne, ossia le disposizioni a quattro a quattro, saranno formate unendo le  $90 \cdot 89 \cdot 88$  terne con ognuno degli 87 numeri rimanenti, ed avremo:

$$90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 = 61.324.560.$$

Ed infine le cinquine: si otterranno nello stesso modo, unendo ogni quaterna ad ognuno degli 86 numeri rimanenti: avremo perciò che il numero delle cinquine sarà:

$$90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 = 5.273.912.160$$

Abbiamo appena determinato il numero di tutte le disposizioni dei novanta numeri a due a due, a tre a tre, a quattro a quattro, a cinque a cinque.

È ovvio che, fra queste, ce ne sono parecchie formate dagli stessi numeri, ma in ordine diverso. Poiché nel gioco del lotto interessano i numeri e non il loro ordine, dovremo, ora, precisare quante sono.

È il secondo tempo della risoluzione: dobbiamo determinare in quanti modi due, tre, quattro o cinque numeri possano unirsi; o, per meglio dire, dobbiamo stabilire in quante maniere possono cambiar posto o permutarselo.

È chiaro che due numeri (chiamamoli  $a$  e  $b$ ) non hanno che due modi per presentarsi:  $a$  precede  $b$  oppure  $b$  precede  $a$ .

Invece, tre numeri ( $a, b, c$ ) possono presentarsi nelle seguenti maniere: ( $a, b, c$ ), ( $a, c, b$ ), ( $b, a, c$ ), ( $b, c, a$ ), ( $c, a, b$ ), ( $c, b, a$ ): in tutto 6 maniere.

Dunque, l'ambo si permuta in  $1 \cdot 2 = 2$  maniere; il terno in  $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$  maniere. Analogamente, la quaterna (formata dai quattro numeri  $a, b, c, d$ ) può permutarsi in  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$  maniere; la cinquina ( $a, b, c, d, e$ ), infine, può cambiare in  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$  maniere.

Determinato il numero di tutte le disposizioni possibili ad ambo, terno, quaterna e cinquina, nonché il numero delle permutazioni che si possono fare con un ambo, un terno e così via, cerchiamo ora di ottenere il numero delle combinazioni nei diversi casi (sempre tenendo conto della diversità dei numeri, non del loro ordine). Ci basterà dividere il numero delle disposizioni per quello delle permutazioni.

Per la coppia avremo:  $90 \cdot 89 / 1 \cdot 2 = 8.010 / 2 = 4005$

per il terno:  $90 \cdot 89 \cdot 88 / 1 \cdot 2 \cdot 3 = 704.880 / 6 = 117.480$

per la quaterna:  $90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 61.324.560 / 24 = 2.555.190$

per la cinquina:  $90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 5.273.912.160 / 120 = 43.949.268$ .

Siamo così arrivati a determinare il numero di ambi, terni, quaterne e cinquine, che si possono formare con novanta numeri diversi, senza tener conto dell'ordine dei numeri stessi, ma soltanto della loro diversità.

Ciò significa che la probabilità di veder estratto un dato ambo ed un dato terno, una data quaterna o una data cinquina, potrebbe essere fornita dal rapporto tra 1 ed i numeri trovati: 4.005 per l'ambo, 117.480 per il terno, 2.555.190 per la quaterna e ben 43.949.268 per la cinquina.

Sapendo che, per ogni ruota, non vengono estratti soltanto due o tre o quattro o cinque numeri, ma che ne vengono estratti sempre cinque, dobbiamo ora determinare i casi possibili conseguenti

all'estrazione dei cinque numeri per ogni ruota, in rapporto all'insieme dei numeri che a noi interessa.

Seguiamo lo stesso sistema usato per il 90 e, successivamente, per ambo, terno, quaterna e cinquina. Troveremo che con cinque numeri si possono fare le seguenti combinazioni:

a due a due:  $5 \cdot 4 / 1 \cdot 2 = 20 / 2 = 10$   
a tre a tre:  $5 \cdot 4 \cdot 3 / 1 \cdot 2 \cdot 3 = 60 / 6 = 10$   
a quattro a quattro:  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120 / 24 = 5$   
a cinque a cinque:  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120 / 120 = 1$

se si dividono i casi possibili (ossia tutte le combinazioni possibili con 90 numeri) per quelli possibili con 5 numeri, si ottengono i casi senz'altro possibili che un certo ambo, un certo terno, una certa quaterna ed una certa cinquina vengano estratti su una ruota.

Il calcolo definitivo è il seguente:

ambo:  $90 \cdot 89 / 1 \cdot 2 = 400,50$   
terno:  $90 \cdot 89 \cdot 88 / 1 \cdot 2 \cdot 3 = 11.748$   
quaterna:  $90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 511.038$   
cinquina:  $90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 / 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 43.949.268$

Possiamo ora formulare la risposta al problema: la probabilità che escano due numeri da noi giocati, ossia l'ambo, è di 1 su 400,5. La probabilità che esca il terno è 1 su 11.748, la probabilità che esca la quaterna scende ad una su 511.038, la probabilità che esca la cinquina addirittura una su 43.949.268.

Seguendo il calcolo delle probabilità (che per l'ambo sono 1 su 400,5), dovrebbe essere possibile vincere un ambo giocando 401 ambi diversi. In verità, non è così: il rapporto suddetto, infatti, è la probabilità matematica, di vincere, ma 401 ambi non son tutti quelli che si possono comporre con novanta numeri. Per avere la certezza matematica di vincere, si devono giocare 4.005 ambi, ossia tutte le combinazioni di 90 numeri a 2 a 2; così facendo, si ha la certezza matematica di vincere non un ambo solo, ma tutti i 10 ambi della cinquina uscita; tuttavia, se consideriamo, ad esempio, la posta simbolica di una lira, e facciamo 4.005 puntate, vinceremo ...2.500 lire, rimettendoci ben 1.505 lire! Ciò perché il gioco non è equo: infatti lo Stato paga, per l'ambo, non 400,5 volte la posta, ma soltanto 250 volte (e per il terno 4.250 volte invece di 11.748 e così via, arrivando a pagare il 2,3% sulla cinquina!). Per concludere: per avere la certezza matematica di vincere al lotto, bisogna essere disposti in precedenza a rimetterci!

L'altro sistema, sempre per il lotto, fa riferimento ai coefficienti binomiali,  $C_{n,k}$ , indicati anche col simbolo  $\binom{n}{k}$  che si legge "n su k"; si pone:

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Il secondo membro si può modificare come segue; si osservi che si ha:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-k)(n-k+1) \dots n = (n-k)!(n-k+1) \dots n$$

moltiplicando allora numeratore e denominatore della prima espressione per  $(n-k)!$  si ottiene subito:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Passando alle esemplificazioni pratiche, giocando tre numeri su una stessa ruota, qual è la probabilità di vincere il terno?

Ogni settimana, per ogni ruota vengono estratti 5 dei primi 90 numeri interi, perciò i casi possibili sono tanti quante sono le combinazioni di 90 numeri a cinque a cinque, cioè  $\binom{90}{5}$ . I casi favorevoli sono invece rappresentati dalle cinquine che contengono i tre numeri giocati, qualunque siano gli altri due fra gli 87 numeri rimanenti.

I casi favorevoli corrispondono pertanto al numero delle combinazioni di 87 numeri a due a due e cioè  $\binom{87}{2}$ : la probabilità di vincere un terno è pertanto:



$$P = \frac{\binom{87}{2}}{\binom{90}{5}} = 1/11.748$$

calcolo pratico:  $[(87*86)/2]/[(90*89*88*87*86)/120] = 3.741/43.949.268 = 1/11.748$

Giocando due numeri al lotto, qual è la probabilità di vincere l'ambo?

Ragionando come nell'esempio precedente, si vede subito che i casi possibili sono  $\binom{90}{5}$  ed i casi favorevoli  $\binom{88}{3}$ , perciò la probabilità di vincere un ambo è:

$$P = \frac{\binom{88}{3}}{\binom{90}{5}} = 2/801 = 400,5$$

Per quanto riguarda i numeri cosiddetti "ritardati", non vi è nessun fondamento matematico, anche se in pratica è dimostrato che il ritardo maggiore non ha mai superato certi limiti; comunque, al riguardo esiste la legge dei grandi numeri, che concerne proprio la frequenza di attuazione di un evento di data probabilità; aumentando il numero delle prove, diminuisce l'entità dello scarto fra il numero di volte in cui l'evento si è verificato ed il numero di volte corrispondente alla probabilità; all'aumentare delle estrazioni, gli esiti si avvicinano alle effettive probabilità, ad esempio buttando una moneta, non truccata, può uscire al 50% testa ed altrettanto croce; con 4 lanci, potrebbero uscire 4 teste o 4 croci, ma con 4.000 tiri, il numero di testa e di croce si avvicinerà alla metà, tendendo sempre più, all'aumentare dei lanci, alla probabilità effettiva.

L'avvento della sistemistica ha incrementato il gioco del lotto, ed ha fatto diminuire, in percentuale, l'utile percepito dallo Stato, in quanto il formarsi di associazioni di giocatori, che hanno anche pazienza di aspettare, oltre ad avere i soldi per scommettere, ha permesso di giocare più razionalmente, anche se il fattore fortuna è l'unico che entra in gioco.

Per quanto riguarda i dadi, lanciandone uno può venire un risultato da 1 a 6, con uguale probabilità pari quindi ad 1/6; ma lanciando due dadi, i risultati possono andare da 2 a 12, 11 risultati diversi, e possono presentarsi non più 6 situazioni, bensì  $6^2 = 6*6 = 36$  combinazioni, anche se alcune col medesimo risultato; quindi, se c'è una sola possibilità che venga 2, ed una che venga 12, ve ne sono due che venga 3 (1+2, 2+1) ed addirittura sei (6/36, 1/6) che venga 7 (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1); quindi, a prescindere dai dadi truccati o no, non è equo che si giochi considerando alla stessa stregua i vari possibili risultati.

## SUPERENALOTTO

6 risultati indovinati

$90*89*88*87*86*85/720 = 622.614.630$  combinazioni.

Poiché si giocano minimo due colonne, le combinazioni vanno divise per due, 311.307.315;

per il costo, le combinazioni totali, moltiplicate per 800 lire a colonna, danno un totale di 498.091.700.000 lire (comunque, anche in questo caso si possono condizionare i sistemi).

Il numero ottenuto deriva dalle seguenti considerazioni: come primo estratto di ogni ruota, può capitare uno dei 90 numeri, ma siccome essi devono essere tutti diversi, alla ruota successiva può essere estratto uno dei rimanenti 89, e così via; 720 (6! fattoriale =  $6*5*4*3*2*1 = 720$ ) sono invece tutte le permutazioni possibili di 6 numeri, cioè le modalità di combinazioni con le quali possono presentarsi, in quanto, ai fini del gioco, interessano soltanto i numeri, e non l'ordine con il quale sono stati giocati.

5 risultati indovinati

$90*89*88*87*86/120/6 = 1/6.473.148$  probabilità matematica di vincere

dove 120 è il numero delle permutazioni di 5 numeri e 6 sono le cinque possibili con 6 numeri

a disposizione.

4 risultati indovinati

$90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 / 24 / 15 = 1/170.346$  probabilità matematica di vincere

dove 24 è il numero delle permutazioni di 4 numeri ( $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ ), e 15 sono le quaterne possibili con 6 numeri a disposizione.

3 risultati indovinati

$90 \cdot 89 \cdot 88 / 6 / 20 = 1/5874$  probabilità matematica di vincere

dove 6 è il numero delle permutazioni di 3 numeri ( $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ ) e 20 sono i terni possibili con 6 numeri a disposizione.

2 risultati indovinati

$90 \cdot 89 / 2 / 15 = 266,6$  probabilità matematica di vincere

1 risultato indovinato

$90 = 90$

su una ruota sono 5 i numeri, invece col Superenalotto i numeri sono 6, e conseguentemente le combinazioni aumentano e la probabilità di vincere diminuisce.

Infatti, col lotto normale, le probabilità sono:

estratto semplice:	18
estratto determinato:	90
ambo:	400,5
terno:	11.748
quaterna:	511.038
cinquina:	43.949.268

ed i pagamenti sono:

estratto semplice:	10,5 volte la posta
estratto determinato:	52,5
ambo:	250,5
terno:	4.250
quaterna:	80.000
cinquina:	1.000.000

**ALTRA CURIOSITÀ  $2+2=4$   $2*2=4$   $2^2=4$   $2!=1*2=2$   
TUTTE LE OPERAZIONI DIRETTE DANNO LO STESSO  
RISULTATO!**

## SUCCESSIONI

Trattasi intuitivamente di un elenco di numeri, in base ad un preciso criterio che li contraddistingue.

Successione in cui ogni numero è uguale alla somma di tutti quelli che lo precedono:

0 1 1 2 4 8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4096 8192...

in pratica, a parte un 1 in più all'inizio, tutti gli altri numeri sono tutte potenze di 2 ( $2^1$ ,  $2^2$ ,  $2^3$ , ktl.), anche perché qualsiasi potenza è uguale alla somma di tutte le precedenti-1, in quanto l'ultima corrisponde esattamente alla metà di quella che si sta esaminando,

e le altre, sommate, equivalgono a questo valore diminuito di 1: es.  $2^5=32$   $2^4=16$ , la metà esatta, che aumentata di  $2^3=8$ ,  $2^2=4$ ,  $2^1=2$ ,  $2^0=1$ , quindi  $16+8+4+2+1=31$   $31+1=32$

Successione di Fibonacci, dal nome del matematico medioevale, in cui ogni numero è uguale alla somma dei due che immediatamente lo precedono: essa si riscontra in tanti elementi, come la disposizione dei petali e dei semi di alcuni fiori (tra i quali il girasole) e dei rami di alcuni alberi.

Inoltre, la serie ha anche una stretta relazione con un'altra formula, conosciuta sin dai tempi più antichi, la "sezione aurea", ovvero il rapporto che lega le varie parti di un segmento, dividendo esso in due parti "A" e "B", in modo che il rapporto tra la parte più lunga "A" e la parte più corta "B" sia uguale al rapporto tra l'intero segmento "A+B" e la parte più lunga "A", secondo la formula " $(A+B):A=A:B=F$ ". Il rapporto, chiamato F, corrisponde a circa 1,6.

Questo numero è molto vicino a quello che indica il rapporto tra i lati del cosiddetto "rettangolo aureo", una figura considerata sacra dai Greci e dai Romani, in quanto "intimamente legata alla natura delle cose":

Per questo motivo, veniva utilizzata come "unità base" nelle opere artistiche ed architettoniche, servendosi per la facciata o la pianta di un edificio, o per determinare la figura geometrica in cui inscrivere un volto o un corpo umano.

0 1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89....

Permutazioni della parola SORA: ARSO, ROSA, ORSA, RASO, OSAR, ECC.

permutazioni della parola ROMA: AMOR, ORMA, RAMO, MORA, OMAR, ECC.

Quadrato magico: trattasi di matrice a somma costante, nel quale appunto la somma di qualsiasi linea, orizzontale, verticale o diagonale, dà sempre lo stesso risultato; ovviamente, basta già solamente conoscere i concetti di matrice (tabella m\*n, m righe e n colonne), rango della medesima ed istituzioni di algebra lineare, sistemi di equazioni lineari, ecc.) per capire la banalità di una costruzione eseguibile anche per semplici tentativi; inoltre, la proprietà (somma costante), altra scontata considerazione, permane anche dopo aver operato alla stessa maniera su tutti i termini (aggiungendo, sottraendo,...), cambia chiaramente il risultato finale.

6	11	10
13	9	5
8	7	12

Somma costante: 27

Operando sottrazioni di due a tutti i termini, ne ottengo uno a somma costante 21

4	9	8
11	7	3
6	5	10

Se ne possono costruire infiniti altri, con qualunque numero e qualsiasi somma finale risultante.

## TEOREMA ASSURDO

Ogni numero intero è uguale ad 1.

Consideriamo l'uguaglianza  $X=Y$  e moltiplichiamone entrambi i membri per  $X$ , ottenendo:

$$(1) \quad X*X=Y*Y$$

Sottraendo da entrambi i membri della (1) l'espressione  $Y*Y$ , avremo:

$$(2) \quad X*X-Y*Y=X*Y-Y*Y$$

Riscriviamo allora i due membri della (2) in forma diversa, osservando che, come si può verificare direttamente:

$$\text{trasformazione del I membro} = X*X-Y*Y=(X-Y)*(X+Y)$$

$$\text{trasformazione del II membro} = X*Y-Y*Y=(X*Y)*Y$$

e quindi:

$$(3) \quad (X-Y)*(X+Y)=(X-Y)*Y$$

per cui, dividendo entrambi i membri della (3) per  $(X-Y)$ , avremo in definitiva:

$$(4) \quad X+Y=Y$$

E ricordando che  $X=Y$

$$Y+Y=Y$$

Cioè  $2Y=Y$ : dividendo entrambi i membri per  $Y$ , si ottiene il primo risultato fondamentale:

$$(5) \quad 2=1$$

Poiché, inoltre  $3=2+1$ , per la (5) avremo  $3=2+1=1+1=2=1$ , ed analogamente  $4=3+1=1+1=2=1$  ecc..

Ma anche tutti i numeri negativi sono uguali ad 1; infatti  $-1=-2+1$ , ed essendo  $1=3$  si avrà  $-1=-2+3=1$ .

Oltre ad un errore sostanziale nell'enunciato, vi è anche un errore formale nelle argomentazioni della dimostrazione matematica.

Numero perfetto: esprimibile come somma di tutti i suoi divisori, 1 incluso (divisore=sottomultiplo); attualmente, si conoscono soltanto 17 numeri perfetti, i primi dei quali sono 6, 28, 496. Non si sa se esistano numeri perfetti dispari.

$$6=3+2+1$$

$$28=14+7+4+2+1$$

ktl.

Curva del Peano (dal nome del matematico): essa è capace di riempire completamente un quadrato, passando per tutti i suoi punti interni; è piana, continua di equazioni  $x=f(t)$  ed  $y=g(t)$  [f e g funzioni continue nel parametro t].

Curva di Von Koch (o a fiocco di neve): curva continua senza tangenti, ovunque simile a sé stessa, cioè ogni tratto della curva è simile alla curva tutta intera ed ogni segmento di essa ha lunghezza infinita. Inoltre, la curva racchiude una superficie finita con un perimetro infinito.

Come quella sopra, dovuta al celebre matematico e filosofo piemontese, anche la curva di Von Koch ha la curiosa proprietà di essere ovunque continua, ma priva di tangente in tutti i punti, nel senso ordinario dato al significato di tangente.

Cosa significa ciò? Cominciamo dall'idea di funzione---e di linea---continua. Sarebbe piuttosto difficile esprimere questo concetto in termini matematici, ma esso si può ridurre al senso comune: si dice continua una linea (retta o no, cioè una

curva nel senso matematico della parola), che viene tracciata su di una superficie (piana o no) senza mai sollevare la punta della matita dalla superficie stessa, cioè senza mai “interromperne” il tracciato. Una funzione matematica, di cui tale linea sia il grafico, si dice a sua volta una “funzione continua”.

Comunque, allorché una funzione è continua, il suo grafico è una curva continua nel senso detto poco sopra.

Ora domandiamoci: è possibile che una linea continua non ammetta una tangente in qualche punto? Questo in altre parole significa: è possibile che una funzione continua risulti non derivabile per certi valori della variabile indipendente  $x$ ?

A prima vista, la risposta sembrerebbe dover essere negativa, giacché pare che una curva debba ammettere una tangente in ogni suo punto. Si intende che nel caso della retta, la tangente coinciderà con la retta stessa.

Ma un po’ di riflessione ci mostra subito che questi punti eccezionali esistono: ad esempio, non vediamo quale possa essere la tangente nei punti B, C, D della spezzata ABCDE, che pure è una curva continua.

Tuttavia, per molto tempo, i matematici avevano ritenuto, in base all’intuizione comune, che ogni funzione continua fosse sempre derivabile!

Fu Bernardo Riemann (1826-1866), dell’Università di Göttinga, che cominciò a porre in dubbio tale proposizione, accennando alla possibile esistenza di funzioni continue prive di derivata, ed indicava ai suoi allievi questo fatto come il risultato più meraviglioso della critica moderna.

Ma un effettivo esempio ben più sorprendente di funzione continua, ma non derivabile in alcun punto, fu trovato nel 1872 da Carlo Weierstrass (1815-1897).

H. von Koch ha immaginato dei modelli geometrici che illustrano alla perfezione, anche per i non matematici, la scoperta di Weierstrass; e di questo tipo è appunto la curva a fiocco di neve di cui ora vogliamo parlare.

Fra l’altro, al pari della funzione del luminare tedesco, essa, per così dire, non scorre mai piana, ma è ovunque increspata e pieghettata all’infinito.

Possiamo considerare la circonferenza come il limite a cui tende il perimetro di poligoni regolari, inscritti, di un numero  $n$  crescente di lati, allorché  $n$  tende all’infinito.

Ma la circonferenza, che parve meravigliosa a Platone ed ai Greci, non è che una misera curva provinciale in confronto a queste che i matematici moderni ottengono facilmente con analoghi passaggi al limite.

La circonferenza è una linea che gode di una salute normale: essendo continua, ammette logicamente la sua brava tangente in ogni punto; racchiudendo una superficie finita, logicamente è finita anch’essa, e così via.

Non così invece la curva a fiocco di neve, che si ottiene in questo modo: partiamo da un triangolo equilatero, il cui lato abbia una certa misura (ad esempio un decimetro); dividiamo ogni lato del triangolo in 3 parti uguali, e sulle tre parti di mezzo costruiamo altri tre triangoli equilateri, come si vede in figura, e cancelliamo infine le basi di tali triangoli, in modo da ottenere una spezzata chiusa e continua formata da 12 lati tutti uguali fra loro, un dodecagono concavo.

Ripetiamo ora la stessa operazione su ciascuno dei lati del dodecagono, in modo da ottenere un poligono concavo di 48 lati; da questo, col medesimo procedimento, ricaviamo un’altra spezzata, con un numero crescente di lati sempre più piccoli, e procediamo così indefinitamente.

Come i comuni poligoni regolari inscritti di un numero crescente di lati hanno per “limite” la circonferenza, così questi fiocchi di neve hanno per limite una curva dotata di proprietà addirittura incredibili: basti pensare che, pur abbracciando una

superficie finita---e magari più piccola di quella di un francobollo---, la nostra linea ha una lunghezza infinita!

La cosa si prova facilmente, giacché il perimetro del triangolo equilatero da cui siamo partiti è evidentemente di tre decimetri; quello della linea seguente, cioè del dodecagono, è evidentemente di decimetri  $3-1+2= \text{dm } 4$ .

Ora che i lati sono 12, (e ciascuno lungo  $1/3$  di decimetro), l'aumento risulta evidentemente di  $\text{dm } 1/3*1/3*12= \text{dm } 4/3$ .

Poi i lati divengono 48, e ciascuno uguale ad  $1/9$  di decimetro, sicché l'aumento è ora di  $\text{dm } 1/9*1/3*48= \text{dm } 16/9= \text{dm } (4/3)^2$ .

Così, calcolando si trova che il successivo aumento è di  $\text{dm } (4/3)^3$ , ed il successivo di  $\text{dm } (4/3)^4$ , e così via all'infinito.

Ne risulta che, quando il numero dei lati cresce indefinitamente, il perimetro del poligono è dato dalla serie infinita

$$S=3+1+4/3+(4/3)^2+(4/3)^3+(4/3)^4+\dots\dots\dots$$

il cui limite è evidentemente infinito, giacché gli stessi termini della somma crescono continuamente.

E da ciò si ricava appunto l'inattesa conclusione che una superficie finita risulta racchiusa da un perimetro infinito!

A proposito di curve particolari, vogliamo dare un altro esempio che ogni modesto cultore di matematiche reputerebbe estremamente semplice, ma che è molto interessante, giacché ci porta a considerare il fatto paradossale di una superficie infinita, la cui area è finita.

(e ricordiamo che superficie ed area non sono sinonimi, in quanto la seconda consiste nella misura della prima, che, a sua volta, rappresenta uno spazio).

E lo stesso caso si riscontrerebbe, con non minor meraviglia anche per il solido a forma di tromba, ottenuto facendo ruotare i due rami AB e CD della nostra curva attorno al loro comune asse o asintoto; l'equazione della curva è:

$$y=\frac{1}{(X-1)^2}$$

ed il lettore può facilmente verificare che, quando x si avvicina infinitamente al valore 1 (tanto a sinistra quanto a destra), y va all'infinito, ciò che come sappiamo si scrive

Se ora, con facili procedimenti noti ad ogni calcolatore, cerchiamo l'integrale della nostra funzione fra 0 e 2, troviamo che tale integrale (e perciò l'area tratteggiata in figura abbracciata dalla curva, che pur si estende all'infinito nel punto di ascissa 1) è uguale semplicemente a 6 unità superficiali.

Qualcosa di simile, sebbene con metodo più laborioso, era già stato trovato dal Torricelli e comunicato al Cavalieri, e poi fuori d'Italia, a studiosi come Fermat, Roberval, Huyghens; e tutti trovarono il fatto meraviglioso, "essendomi riuscito infinitamente ammirabile ---rispondeva il Cavalieri in una sua lettera del 1641-1642 ---quel solido iperbolico infinitamente lungo, ed uguale ad un corpo finito, ed avendolo io comunicato ad alcuni miei scolari filosofi, hanno confessato parergli veramente meraviglioso e stravagante che ciò possa essere...e davvero non so come V.S. abbia pescato nell'infinita profondità di quel solido, così facilmente la sua dimensione, poiché veramente a me pare infinitamente lungo, parendomi infinitamente lungo lo spazio piano che lo genera, et ogni parte di esso generando parte di solido. Sebbene non ci ho pensato molto, e potrei anco ingannarmi".

Anche per la funzione frazionale  $1/x^2$ , si verifica qualcosa del genere.

## LA CICLOIDE

Curva che nella storia della matematica fu al centro di polemiche ed osservazioni.

Essa è la linea descritta da un punto P di una circonferenza, allorché la circonferenza stessa rotola, senza strisciare, lungo una retta AB: il caso più lapalissiano è quello della ruota di un veicolo.

Carlo Bouvelles, nel 1501, la introdusse nella società dei geometri, riflettendo sulla quadratura del cerchio; e l'ingresso fu davvero fortunato, al punto che la curva fu definita l'Elena della Geometria; tanto per l'interesse suscitato, quanto per le sfide molteplici e combattutissime alle quali dette luogo; Galileo ne trovò l'area, pari al triplo di quella del cerchio generatore; egli inoltre risolse con Viviani il problema della tangente (che Fermat, allorché gli fu proposto, sciolse in un attimo, con il metodo da lui trovato) ed alluse al suo possibile impiego come arco di ponte. Se oggi, con lo sviluppo delle costruzioni in cemento, riconosciamo spesso in archi e ponti il profilo della bella Elena, ciò è dovuto all'approfondito esame di questa curva con il calcolo infinitesimale, giacché si dimostra che l'arco in questione presenta una resistenza massima, superiore a quella di ogni altro.

Cristoforo Wren ne trovò lunghezza e centro di gravità, Huyghens dimostrò che è la vera curva isocrona: se si rivolta in modo che la cavità sia verso l'alto, una particella di materiale che vi scivoli dentro senza attrito, impiega sempre lo stesso tempo a scendere fino al punto più basso, qualunque sia il punto di partenza; dopo di ciò, la curva, detta cicloide, divenne insostituibile nei pendoli di precisione, soprattutto in quelli usati dalla marina per la determinazione della longitudine e del "punto".

Ma, in modo alquanto sorprendente, la curva mostra un'altra curiosa proprietà ed offre la risoluzione di un problema che i matematici si ponevano già da tempo: se un grave cade senza attrito da un punto P ad un punto Q (posti nello stesso piano verticale, ma non l'uno a perpendicolo sotto l'altro), quale traiettoria sarà quella

della discesa più “rapida”? Forse il segmento di retta AB? O un arco di cerchio passante per A e per B?

Tale l’essenza della sfida lanciata da Giovanni Bernoulli ai matematici del tempo; si tratta evidentemente di un problema di minimo (tempo minimo impiegato nella discesa da A fino a B), ed i fratelli Bernoulli ne avevano appunto già dato la soluzione, valendosi dei metodi offerti dal calcolo infinitesimale; la cicloide, insomma, per completare l’elenco dei suoi attributi nel gergo dei matematici, non è solo tautocrona, ma anche brachistocrona, cioè è la curva di più rapida caduta.

Dal canto suo Fermat, fin dagli inizi di queste ricerche, svolse con successo una brillantissima applicazione fisica di questi principi algebrici; si tratta, in sostanza, di determinare il tragitto che consente di passare nel più breve tempo possibile da un punto M ad un punto N.

Tale tragitto è evidentemente la linea retta nel caso di un terreno pressoché uniforme; ma supponete invece che il terreno presenti delle caratteristiche spiccatamente diverse sopra e sotto la linea A, che potrebbe indicare, ad esempio, un marciapiede o un muretto di divisione.

Tanto per fissare le idee, supponiamo che prima di A vi sia un piazzale pianeggiante, e dopo si trovi della sabbia soffice in cui il piede affonda facilmente.

In tal caso, la linea retta non è quella che consente il più rapido passaggio da M a N per un corridore.

A questi conviene, infatti, compiere buona parte del tragitto su terreno solido, e soltanto il rimanente sulla sabbia, senza tuttavia allontanarsi troppo dalla linea retta. Certamente esisterà un punto P che soddisferà alla condizione di minimo impiego di tempo da noi ricercata.

È un problema di questo genere che Fermat ha risolto, e precisamente un problema fondamentale di fisica, giacché il suo corridore era la luce.

Se una radiazione luminosa si muove in un mezzo perfettamente uniforme (ad esempio nel vuoto, o in uno strato d’aria di densità costante), sappiamo che la propagazione avviene secondo la linea di minimo tragitto, cioè secondo la retta.

Si avrà ugualmente un percorso corrispondente ad un tempo minimo, allorché il raggio luminoso si rifrange, passando ad esempio dall’aria all’acqua o dall’aria al vetro? Supponiamo che M si trovi nell’aria, e N nel vetro, e che ci sia una precisa linea di separazione dei due mezzi: sappiamo che la velocità della luce nell’aria è di circa 300.000 km al secondo; mentre nel vetro si ha una velocità molto minore (circa 200.000 km). Il tempo per il passaggio da M a P sarà espresso dallo spazio diviso per 300.000, e quello per il passaggio da P in N risulterà uguale a PN diviso per 200.000.

Indichiamo con  $u$  e  $v$  tali due velocità, con  $x$  lo spazio RP, con  $c$  il tratto RS, il tempo che il raggio luminoso impiega ad andare da M a N, passando per P, risulta essere espresso da una semplice funzione di  $x$ , e che qui non è necessario



trascrivere per il nostro scopo. Per avere il minimo di tale funzione (cioè per avere la posizione di P corrispondente al passaggio più breve da M a N), basterà derivare tale funzione, ed eguagliarla a 0, secondo il metodo di Fermat.

Senza addentrarci nei particolari del calcolo, la conclusione è che il tempo risulta minimo se il rapporto fra il seno dell'angolo  $i$  di incidenza ed il seno dell'angolo  $r$  di rifrazione, è uguale al rapporto fra le velocità della luce nei due mezzi,  $u$  e  $v$ . In formula ciò può esprimersi scrivendo:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{u}{v}$$

E questa è esattamente la nota legge di rifrazione della luce, scoperta dallo Snellius alcuni decenni prima, ed enunciata anche da Cartesio.

La conclusione ovvia, ma—in pari tempo—sorprendente di questi calcoli è, in certo senso, una visione più approfondita del significato della legge stessa, giacché ora ci accorgiamo come essa importi un principio di minimo a cui obbediscono i fenomeni luminosi.

Ci stupiamo che la natura ricorra all'analisi matematica nel suo corso? Allora esaminiamo un altro aspetto ancor più sorprendente!!!

Altro problema assai curioso, infatti, è quello attinente alle scienze naturali, la famosissima questione della cella delle api. Le api sanno ottimizzare? E fare le derivate?

Gli antichi si erano già accorti con meraviglia della sapienza geometrica dei piccoli imenotteri, come è testimoniato da una famosa lettera di Pappo indirizzata a Megezio: un illustre incognito a cui è dedicato il quinto libro della Collezione Matematica di quel filosofo alessandrino (250-300 d.C. circa).

È ben noto che fra i poligoni regolari soltanto il triangolo equilatero, il quadrato e l'esagono sono tali che—posti l'uno accanto all'altro—possono riempire una superficie piana.

Infatti, l'angolo del triangolo equilatero è di  $60^\circ$ . E poiché  $60^\circ \cdot 6 = 360^\circ$ , basta porre i triangoli in modo che sei di essi abbiano un vertice in comune, perché il piano risulti coperto interamente.

Lo abbiamo osservato tante volte sui pavimenti a mattonelle triangolari; la stessa dimostrazione si può applicare al quadrato ed all'esagono; le cellette prismatiche delle api debbono riempire lo spazio loro concesso nell'arnia, così come i poligoni suddetti debbono riempire il piano.

Per ottenere questo scopo, le sezioni delle cellette debbono dunque essere o triangoli equilateri, o quadrati, o esagoni regolari. Gli intelligenti imenotteri scelgono appunto le celle che hanno per base un esagono, cioè il poligono che, a parità di superficie, possiede il minimo perimetro. Nessuno spreco di spazio e massima economia di cera a parità di miele depositato.

Sembra il motto pubblicitario di una moderna società americana, ed invece è un fatto più antico della geometria e dell'uomo stesso, una pratica che risale ormai a parecchi milioni di anni.

Fin qui, però, le nostre api restano nella geometria elementare.

Ma cosa dovremo pensare, quando ci apparirà che il fatto che sorprende Pappo è un'inezia in confronto a quanto hanno dovuto riconoscere gli analisti moderni, le cui ricerche portano a concludere che i piccoli imenotteri procedono secondo sistemi perfettissimi, i quali potrebbero essere suggeriti soltanto da una profonda esperienza nel calcolo infinitesimale?!?

Si tratta precisamente di questo: le celle di un favo sono chiuse da una specie di tetto spiovente, formato da tre rombi posti l'uno vicino all'altro.

Materia del minuscolo tetto, sempre la medesima: la cera.

Il problema geometrico che le api hanno dovuto risolvere, consiste nel cercare per questi rombi una inclinazione tale da ridurre al minimo l'impiego di cera, a parità di volume.

Réaumur (1683-1757) il dotto naturalista, propose tale problema al contemporaneo Konig, matematico eccellente, il quale, però, si sentì "tremare le vene ed i polsi".

Si pose all'opera e, con l'aiuto dei più ingegnosi metodi che il calcolo superiore poneva a sua disposizione, trovò  $70^{\circ} 34'$ .

Altri furono attratti dal problema, e vollero affrontarlo: Maclaurin (1698-1746) trovò  $70^{\circ} 32'$ , Cramer (1704-1752)  $70^{\circ} 31'$ .

Misurazioni esatte furono compiute sul tetto delle celle, per opera del Maraldi; le instancabili lavoratrici erano d'accordo con Colin Maclaurin. Tanto il Konig che il matematico ginevrino vennero bocciati, rispettivamente per due e per un sessantesimo di grado!

## BIBLIOGRAFIA

VARI I CINQUE LIBRI DEL SAPERE-  
IL LIBRO DELLE SCIENZE  
GARZANTI

DODERO-TOSCANI CORSO DI ALGEBRA  
GHISSETTI E CORVI EDITORI

DODERO-BARONCINI-TOSCANI CORSO DI  
ANALISI GHISSETTI E CORVI  
EDITORI

DEMIDOVIC ESERCIZI E PROBLEMI DI  
ANALISI MATEMATICA EDITORI RIUNITI

PISKUNOV CALCOLO DIFFERENZIALE ED  
INTEGRALE EDITORI RIUNITI

ENCICLOPEDIA UNIVERSALE RIZZOLI-  
LAROUSSE

# INDICE

	Pag.
Introduzione.....	5
Calcolo delle probabilità e combinatorio.....	6
Successioni.....	10
Quadrati magici.....	11
Analisi matematica.....	12
Relatività.....	19
Bibliografia.....	21